

DIGITAAL TOETSEN MET MAPLE T.A.

Open vragen bij wiskunde zijn nu ook digitaal te toetsen.

[Metha Kamminga]

Inleiding

Op de Noordelijke Hogeschool Leeuwarden (NHL) is het project *Wisnet* in ontwikkeling met als doel studenten de mogelijkheid te bieden wiskundekennis die de student ooit gehad heeft in voorgaand wiskundeonderwijs, zó op te rakelen dat deze in staat is die kennis toe te passen in het onderwijs op de NHL. Daarnaast wordt ook gewerkt aan het aanbieden van een deel van het wiskundeonderwijs in de vorm van een digitale leeromgeving. Het toetsen vormt hierbij een belangrijk onderdeel waarbij de training van vaardigheden voor een deel digitaal kan gebeuren.

Metha Kamminga is initiatiefneemster van het *Wisnet*-project en werkt intensief mee als lid van deze projectgroep. In het volgende wordt alleen het digitaal toetsen belicht en geeft Metha haar ervaringen met de studenten weer.

Digitaal toetsen met Blackboard

Het helpt beslist als tijdens het leerproces de (verplichte) skill en drill parallel lopen met de realistische opdrachten en het effect is dan ook metéén merkbaar. Zo hoorde ik Gerrit Roorda (didacticus aan de Rijksuniversiteit Groningen) eens zeggen dat er meer 'geheugenruimte' vrijkomt voor het echte denkwerk op hoger niveau, als veel laag-niveau-berekeningen en herkennen-van-formules op routineniveau plaatsvindt.

Het zou mooi zijn als we deze formuletraining, zonder gebruik te maken van (grafische) rekenmachine, op de een of andere manier kunnen inpassen, zodat de communicatie waar het om draait niet stukloopt op formuleangst van de studenten en daarmee verregaande gevolgen krijgt voor de praktische opdrachten en de communicatie tijdens de lessen van technische vakken. Het is ook gebleken dat een formulevaardiger student gemakkelijker met een computeralgebrasysteem om kan gaan en de output daarvan op waarde kan schatten.

Al een paar jaar heb ik ervaring met de mogelijkheden die er binnen de digitale leeromgeving Blackboard zijn om digitaal te toetsen. Deze toetsen worden voornamelijk ingezet als korte diagnostische toetsen van meestal vijf toetsvragen en bieden de mogelijkheid aan studenten om te trainen en direct feedback te krijgen en daardoor te checken of bepaalde onderdelen van (voor)kennis al of niet beheerst worden. Naar aanleiding van de score op dit soort toetsen is er de mogelijkheid om extra lessen te volgen in de vorm van bijeenkomsten of digitale (trainings)lessen met uitleg, verlevendigd met applets en zelftoetsen.

Het maken van deze oefentoetsen geeft veel informatie aan student én docent. Niet alleen de scores worden daarbij geregistreerd, maar ook de keuzes die gemaakt zijn. De soorten vragen die we momenteel binnen Blackboard hanteren, zijn voornamelijk de multiple choice-vragen, multiple

answer-vragen en matchingsvragen. Er is analyse mogelijk zodat er inzicht is in de scores van de vragen. Er kan dan bekeken worden of er iets aan het lesmateriaal, de voorkennis van de student of de redactie van de vragen schort.

De *multiple choice-vragen* zijn bij de studenten het meest geliefd. Er kan daarbij maar één alternatief goed zijn en studenten gaan dan gauw trucjes bedenken zoals: als dit niet goed is, dan zal dat het wel zijn. Een getal invullen om te kijken of een gelijkheid waar is of niet, is één van die trucjes. De kans op een goede score bij gokken is daarbij ook vrij groot. Bij dit soort vragen is het tegenwoordig mogelijk om responsgevoelige feedback te geven. Bij het aanklikken van een bepaald alternatief komt dan informatie beschikbaar waarom iets goed of fout is.

De *multiple answer-vragen* waarbij één of zelfs meer alternatieven goed kunnen zijn, zijn minder geliefd, maar daarmee meten we des te meer. Door meer alternatieven aan te bieden is er bij het beantwoorden van de vraag veel minder kans op succes. Er kunnen bijvoorbeeld van de vijf alternatieven 1 of 2 of 3 of 4 of alle 5 goed zijn. Studenten raken hiervan snel in de war als ze niet erg zeker van hun zaak zijn. Het is zaak om alle goede alternatieven aan te vinken om de vraag helemaal goed te hebben. Vaak vinden ze het oneerlijk als de vraag als fout wordt beoordeeld, terwijl ze wel al één of twee van de meerdere goede antwoorden hebben aangevinkt (zie figuur 1). Ook bijvoorbeeld met het aanklikken van één goed alternatief en één fout alternatief denken studenten dat ze wellicht toch recht hebben op het gedeeltelijk goed rekenen van een dergelijke toetsvraag waar het nou juist gaat om het volledig beheersen van triviale rekenvaardigheden.

Verder is er nog de *matchings-vraag* waarbij je bijvoorbeeld de juiste grafieken bij de functievoorschriften kunt zoeken. Deze vragen kunnen voor een deel goed beoordeeld worden als een deel van de matching goed is ingevuld. Dit soort vragen is favoriet bij de studenten.

Er is binnen Blackboard ook de mogelijkheid om een *open vraag* te stellen waarbij het antwoord ingetoetst moet worden. Het Blackboardsysteem kan de beoordeling dan zelf niet doen; daar moet de docent zelf aan te pas komen. Ik heb wel proeven gedaan om bij sommige Blackboardtoetsen ook een enkele open vraag te stellen en dan later de beoordeling alsnog te doen, maar het merkwaardige is dat studenten juist de open vragen onbeantwoord laten en er dus op die manier niets te toetsen valt. Ik begon dus de behoefte te krijgen aan een toetsstelsel speciaal voor open vragen, waarbij een formule zou kunnen worden ingevoerd en waarbij het systeem de beoordeling voor zijn rekening zou nemen.

Een dergelijk systeem bestaat en heb ik gevonden in de vorm van Maple T.A.

Question 1 Multiple Answer

De vergelijking van de lijn die door de punten [0,3] en [-5,0] gaat is:

Given Answers: ✓

$$y = \frac{3x}{5} + 3$$

✓

$$5y = 3x + 15$$



Correct Answers: ✓

$$y = \frac{3x}{5} + 3$$

✓

$$5y = 3x + 15$$

✓

$$3x = 5y - 15$$

Question 3: Score 2/2Maak uit de volgende vergelijking y vrij.

$$\frac{x}{y-z} = \frac{z}{y+6z}$$



Het antwoord mag in een zelfgekozen vorm ingetikt worden.

Vul de stippels in

 $y = \dots$ Your Answer: $-(z(6x+z))/(x-z)$ Comment: Het goede antwoord is $-\frac{z(6x+z)}{x-z}$ Change grade:

Comments:

FIGUUR 1**Toetsen met Maple T.A. - hoe het werkt**

Maple Testing and Assessment (MapleTA) is een zeer geavanceerd toetsstelsel met ongekend veel mogelijkheden, inzetbaar voor elk vakgebied. De mogelijkheid van het stellen van open vragen met formules is in dit systeem bijzonder goed ontwikkeld. Het onderliggende computeralgebrasysteem kan het ingetoetste antwoord vergelijken met het juiste antwoord en bijvoorbeeld deze twee van elkaar aftrekken. Als er vervolgens na vereenvoudiging 0 uitkomt, kan het systeem het ingetoetste antwoord als goed beoordelen. Op deze manier kan het mogelijk zijn om het antwoord, in de vorm van een formule, in verschillende schrijfwijzen in te voeren (zie figuur 2). Bij het opstellen van een toetsvraag kan gebruik gemaakt worden van willekeurige variabelen, zodat je met een bepaalde toetsvraag een hele serie gelijksoortige toetsvragen in handen hebt. Het is daarbij ook mogelijk de bijbehorende grafieken te genereren die steeds anders zijn; zie figuur 3, waarin de cosinusgrafiek als basis wordt aangeboden en van waaruit er een formulemanipulatie plaatsvindt. Gevraagd wordt hier naar het functievoorschrift van de bijbehorende gemanipuleerde grafiek. Als de toets waarin deze vraag zit, nogmaals afgenomen wordt, krijg je een iets andere vraag met een andere vermenigvuldigingsfactor en een andere verschuiving. De grafiek past zich daarbij automatisch aan omdat deze in het programma gegenereerd wordt. In figuur 3 is te zien dat er in dit geval drie hints worden aangeboden. Ook is het mogelijk om met de Plot-knop de grafiek te maken van het ingetikte antwoord, zodat je tijdens het maken van de toetsvraag kunt controleren of je het goed doet. De grafische rekenmachine heb je dan niet nodig bij het maken van de toets. Bij de instellingen van de toets kunnen de hints en het plotten 'uitgezet' worden.

FIGUUR 2

Op deze manier kunnen studenten bepaalde toetsen bij herhaling maken zonder steeds precies dezelfde vragen te krijgen. De hoeveelheid oefenstof wordt daarmee enorm uitgebreid en aantrekkelijk. Naast open vragen kunnen bij MapleTA overigens ook de soorten vragen gesteld worden zoals bij Blackboard, maar dan op veel meer manieren en met veel uitgebreidere mogelijkheden. De alternatieven van een meerkeuzevraag kunnen bijvoorbeeld ook nog door elkaar aangeboden worden. Ook deel-vragen met verschillende weging zijn mogelijk.

Het intikken van formules

Bij het eerste gebruik door studenten stuit bij de open vragen het intikken van het antwoord nog wel eens op problemen. De meeste studenten die bij ons binnenkomen, hebben maar weinig ervaring op het gebied van het intikken van formules, hoewel je dat niet zou verwachten met het gebruik van de grafische rekenmachine in het voortgezet onderwijs. Studenten raken snel gefrustreerd als de vraag fout beoordeeld wordt terwijl ze het wel 'goed bedoeld' hebben.

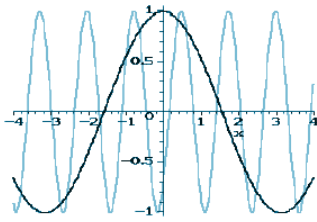
Om te wennen aan het systeem kan de student eerst een toets doen waarbij een gegeven formule nagetypt moet worden, zodat daarmee eerst eens even gescoord kan worden^[1].

Het is mogelijk om op meer manieren bij MapleTA een formule in te tikken. Het kan met sterretjes, dakjes en haakjes zoals ook bij de syntax van een computeralgebrasysteem. Het is echter ook mogelijk om bijvoorbeeld $2x$ te tikken als er 2 maal x (in te typen als $2*x$) bedoeld wordt, hoewel ik dat niet propageer omdat er situaties zijn waarbij verwarring ontstaat bij het weglaten van het maalteken in de vorm van een sterretje. Als alternatief is er een formule-editor in het toetsprogramma opgenomen waarmee het antwoord geformuleerd kan worden; zie figuur 4.

Question 3: (20 points)

Gegeven de grafiek van de functie f (zwart) en de verplaatste functie g (groen).

$$f = \cos(x)$$



Bedenk de formule voor de functie g als de grafiek van g ontstaat door die van f ten opzichte van de y -as 5 keer zo smal te maken, daarna 3 eenheden naar links te verschuiven, en daarna nog te spiegelen ten opzichte van de y -as.
 Vul de stippels in: $g = \dots$
 en klik op "plot" om jezelf te controleren voordat je naar de volgende som gaat.
 Wortel voer je als volgt in: $\text{sqrt}(\dots)$.

This question accepts numbers or formulas.
[Plot](#) | [Help](#) | [Change Math Entry Mode](#) | [Preview](#)
[Hint 1](#) | [Hint 2](#) | [Hint 3](#)

FIGUUR 3

Deze editor werkt op basis van MathML; de student merkt hiervan tijdens het gebruik van de editor overigens niets. Er zit dan wel weer een conversieslag tussen MathML en de formule waarmee uiteindelijk door het programma gerekend wordt, en dat kan in een enkel geval tot miscommunicatie leiden, vooral bij fysisch georiënteerde vragen waarbij de vermenigvuldiging 'EI' wel eens anders opgevat wordt dan de bedoeling is met het intikken van $E \cdot I$. Na bijna een jaar met het systeem gewerkt te hebben kunnen we uit ervaring stellen dat bij het invoeren van formules met behulp van de syntax, zoals bij een computeralgebrasysteem, de minste problemen ontstaan als er enige training met het intikken van formules aan voorafgaat. Bovendien is het belangrijk te weten dat je na het intikken van de formule bij MapleTA op Preview kunt klikken om te zien hoe de formule er in twee dimensies uit komt te zien (zie figuur 5).

Naar aanleiding daarvan kan het ingevoerde antwoord eventueel nog door de student verbeterd worden voordat de toets afgerond wordt. Met het 'previewen' wordt zwaar op het programma Java geleund en het is dan ook belangrijk dat op de computers waarmee gewerkt wordt, de nieuwste *Java Virtual machine* is geïnstalleerd. Verder is voor gebruik van het programma alleen een webbrowser vereist.

In figuur 6 heeft de student waarschijnlijk verzuimd om op Preview te klikken alvorens zijn toets af te ronden. In deze figuur is ook te zien dat er achteraf nog uitgebreid commentaar geleverd kan worden en dat eventueel de score aangepast kan worden.

Instellingen van de toetsen

Pas als de eerste drempels zijn overwonnen en er een paar toetsen zijn geweest met het oefenen

Question 1: (2 points)

Differentieer de volgende functie tweemaal naar t

$$f(t) = 3 \cos(2 + t)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} f(t) \right) =$$

[Help](#)

$- 3 \cos(2 + t)$

a^b

$\sin(a)$

∞

$\alpha \pi$

$\frac{a}{b}$

a^b

\sqrt{a}

$\sqrt[n]{a}$

$|a|$

Java Applet Window

FIGUUR 4

van het intikken van formules, is het tijd om werkelijk aan de gang te gaan met het toetsen van formulevaardigheid en het verwerken van nieuwe stof. Bij nieuwe onderwerpen kunnen bijvoorbeeld hints gegeven worden; dit wordt door studenten vaak zeer op prijs gesteld (zie figuur 3). In de praktijk is het vaak zo dat een student die het antwoord op de vraag weet, de hints niet eens bekijkt. Maar als er nog wat onbekendheid is met een bepaald onderwerp kunnen de hints met verwijzingen naar lesmateriaal toch heel belangrijk en leerzaam zijn. Er kunnen net zoveel hints bij een toetsvraag gegeven worden als wenselijk is. Het is echter ook mogelijk om het geven van hints 'uit te zetten' bij de instellingen van bepaalde toetsen.

Bij het trainen van routinevaardigheid met formules is de factor *tijd* een belangrijk aspect. Niet alleen het goede antwoord is van belang, maar ook de vlotheid waarmee het antwoord verkregen is kan van groot belang zijn voor het zelfvertrouwen van de student. De tijd voor een toets is op de minuut instelbaar. Meestal geef ik voor oefentoetsen een vijftal vragen zodat de toets maar kort hoeft te duren en de drempel om te gaan oefenen daarmee wat lager is. De duur van de toets wordt voor iedere student apart geregistreerd.

Het aantal malen dat een toets gemaakt kan worden is instelbaar en als de items zó gemaakt zijn dat er met willekeurige variabelen gewerkt wordt, is iedere toets weer anders en geeft dit de mogelijkheid om te trainen. Ook is instelbaar dat een student eerst de ene toets voldoende moet hebben afgerond alvorens hij toegelaten wordt tot een volgende toets. Als te vlug aan een moeilijke toets wordt begonnen, kan dat tot frustratie leiden. Het is immers altijd de schuld van het toetsprogramma als een toets slecht gemaakt wordt.

Question 3: (2 points)

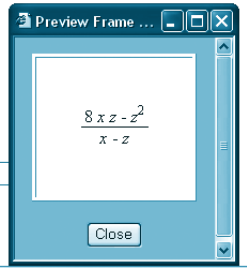
Maak uit de volgende vergelijking y vrij.

$$\frac{x}{y-z} = \frac{z}{y+8z}$$

Het antwoord mag in een zelfgekozen vorm ingetikt worden. Vul de stippels in $y = \dots$

$(8*x*z-z^2)/(x-z)$

This question accepts numbers or formulas.
[Plot](#) | [Help](#) | [Change Math Entry Mode](#) | [Preview](#)
[Hint 1](#)



Question 3: Score 0/2

Schrijf de volgende uitdrukking als één breuk

$$\frac{7}{y} + \frac{y}{8}$$



Your Answer: $56y/8y$

Comment: Het goede antwoord is $\frac{1}{8} \frac{56+y^2}{y}$

Comments:

Het lijkt alsof de computer twee breuken geeft als antwoord, maar het betekent dat $8y$ in zijn geheel in de noemer staat dus haakjes eromheen! In de teller moet dus $(56+y^2)$ staan!

Change grade:

FIGUUR 5

Mogelijkheden voor feedback

Bij het maken van de toetsvragen kan op voorhand feedback geformuleerd worden en eventueel kan het goede antwoord gecommuniceerd worden in deze feedback. Feedback is erg docentafhankelijk. Daarom propageer ik eigenlijk, als toetsvragen door meer docenten gebruikt worden, dat iedere docent zijn eigen feedback formuleert. Het heeft te maken met de manier van omgaan met de studenten en de taal die je tegen ze spreekt en het niveau dat ze hebben en wat je met een toets wilt bereiken. Het artikel 'Intelligente feedback' van Bokhove, Heck en Koolstra (Euclides 81-2, oktober 2005) spreekt daar ook van. Feedback kan eventueel ook 'uitgezet' worden bij de instellingen van bepaalde toetsen. De instellingen kunnen zelfs zó gezet worden dat bijvoorbeeld pas na een bepaalde datum en tijdstip de feedback beschikbaar komt voor de studenten. Deze mogelijkheden kunnen gebruikt worden bij summatieve toetsen waar studenten op afgerekend worden. Als bijvoorbeeld nog niet iedereen de toets af heeft, kan de feedback vertraagd en pas op een later tijdstip vrijgegeven worden.

Bij MapleTA is het vervolgens mogelijk om, nadat de toets gemaakt is, het aantal punten toegekend voor elke vraag te overrulen en nog extra commentaar toe te voegen; zoiets als: 'Bijna goed maar jammer dat je een hoofdletter X ingetikt hebt als het gaat over een kleine letter x '; zie ook [figuur 3](#). Deze mogelijkheid geeft natuurlijk wel extra werk, maar is interessant als het gaat om summatieve toetsen.

Tot slot

Het is mogelijk om MapleTA als Building Block aan de digitale leeromgeving Blackboard te koppelen. Meer docenten kunnen dan gezamenlijk beschikken over toetsbanken.

FIGUUR 6

Binnen het *Wisnet*-project op de NHL zijn we bezig het toetsstelsel en het systeem met het lesmateriaal op elkaar af te stemmen en in evenwicht met elkaar te brengen.

Het maken van toetsvragen is een kunst waar een diepte-investering voor geleverd moet worden. Het modificeren van een vraag is echter vrij eenvoudig. Als je de beschikking hebt over een toetsbank kun je al gauw bijvoorbeeld alleen de vraagstelling en de feedback wat aanpassen of formules en plaatjes veranderen. Er is al een aantal toetsbanken in omloop waarmee je een eind op weg geholpen bent. Als je geavanceerde toetsvragen wilt gaan maken, is het wellicht handig om een cursus te volgen voor een snelle opstap.

Digitaal toetsen is overigens niet het enige en alleen-zaligmakende. Contact met een klas is minstens zo waardevol en het uitwerken van vraagstukken en onderzoeksopdrachten in groepsverband is eveneens een belangrijk aspect van het onderwijs in de toegepaste wiskunde.

Noot (red.)

[1] Zie: www.mapleserver.com/mapleta/classes/noordelijke/

Over de auteur

Metha Kamminga is docent wiskunde aan de Afdeling Engineering van de Noordelijke Hogeschool Leeuwarden. Voor meer informatie over de auteur en over MapleTA kan men terecht op de website <http://webserv.nhl.nl/~kammering/> waar ook de mogelijkheid bestaat om eens een paar toetsen te proberen en te ondervinden hoe dat gaat.

E-mailadres: kammering@tech.nhl.nl