

Hallo collega,**Maple, Metha en licenties**

In deze brief wil ik je even bijpraten over MapleTA. Een paar jaar geleden stond Metha Kamminga met een MapleTA-demonstratie op de jaarvergadering van de NVvW in Nieuwegein. Dit was mijn eerste kennismaking met het programma. Voor die tijd wist ik alleen dat het bestond en dat het programma goede mogelijkheden had voor digitale toetsing. Omdat ik er lol in heb om met Maple te rekenen en te tekenen, leek het mij een prima manier om het nuttige met het aangename te verenigen: toetsen maken waarbij Maple het reken- en tekenwerk voor zijn rekening neemt. Ik was bij wijze van spreken al om voordat Metha ook maar een woord gezegd had. De demonstratie beviel mij prima en Metha kwam met nog een paar sterke argumenten om twijfelaars over de streep te trekken: de mogelijkheid van het digitaal corrigeren en het kunnen genereren van oneindig veel oefenopgaven. Met dit programma wilde ik zo snel mogelijk aan de slag.

Daarna heb ik me ingeschreven voor een gratis workshop in Amsterdam; dat was in januari 2006. Het is onmogelijk om op zo'n dag het programma onder de knie te krijgen. Dat weet de licentieverlener ook, dus je mag een half jaar met het programma experimenteren. Geniale zet van die leverancier. Heb je het programma net een beetje door, moet er alweer afstand van doen. Ik heb mijn directeur gevraagd een proeflicentie voor een jaar te nemen. Gelukkig hebben wij een talige directie, die wel ontzag voor je heeft zodra het een beetje technisch wordt. (Deze status moet ik vast zien te houden.) De licentie mocht er komen, ook omdat de resultaten van de experimenten uit het eerste half jaar positief waren.

Het fijne is dat je eigenlijk helemaal geen kennis van Maple nodig hebt om er in te kunnen ontwerpen. MapleTA heeft een eigen programmeeromgeving met een zogenoemde 'designer'. Hierin kun je variabelen bedenken zonder de programmeertaal te kennen. (*zie het kader* 'De techniek van het programmeren' aan het eind van dit

In de hieronder volgende 'brief aan een collega' schrijft de auteur over zijn ervaringen met MapleTA. Het enthousiasme spat er van af.

artikel). Hetzelfde geldt voor het schrijven van het vraagstuk zelf.

De editor vertaalt je tekst naar html. Die code kun je met de hand verder bewerken, maar het hoeft niet. In de editor heb je mogelijkheden genoeg. Je kunt tekst bewerken, tabellen invoegen, plaatjes en formules. Pas als je een antwoord wilt analyseren, is kennis van Maple wel handig.

De lat te hoog

In het eerste half jaar van de gratis proeflicentie heb ik alleen maar geprobeerd vraagstukken in elkaar te zetten. Mijn vwo 5-klas was zo vriendelijk om proefkonijn te zijn. Dat ik op dat moment de eerste was, heb ik moeten bezuren omdat er geen materiaal voor handen was op het gebied van wiskunde A. De vraagstukken die uit het hbo beschikbaar waren, waren vooral gericht op de wiskunde B. Mijn leerlingen waren bezig met toegepaste statistiek, grafen en matrices, typische A-onderwerpen. En een van mijn eisen was dat ik bij elk vraagstuk een illustratie wilde plaatsen omdat die soms heel veel vertellen. Hierdoor legde ik de lat veel te hoog. Voor mij moest alles met random getallen werken én er moest een illustratie bij én de attractiewaarde moest hoog zijn. Nu ik dit opschrijf, zie ik dat er wel vaak 'moest' achter elkaar staat. Tja, niet zo handig, maar ja soms moet het zoals het moet. Door de tijdsdruk ben ik daardoor wel eens met een half product aan de slag gegaan.

Zo zat er in een vraag over grafen een zwakke plek: het was mogelijk dat er *at random* twee dezelfde grafen gegenereerd werden, en als dat zou gebeuren, zou het hele vraagstuk in duigen vallen. De kans was klein, daarom nam ik het risico maar. Prompt dat een leerling geheel *at random* twee dezelfde grafen voorgeschoteld kreeg. **Zie figuur 1** – ja, deze is wel goed, de fout is er inmiddels wel uit.

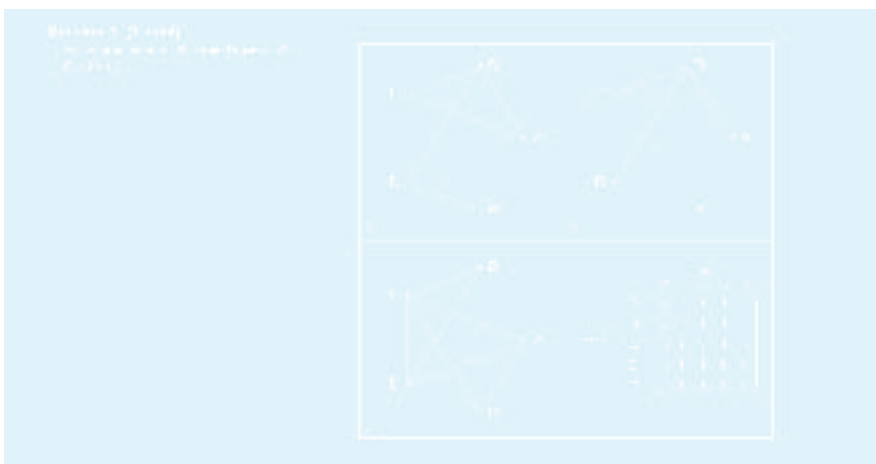
De eerste ervaringen

Wat erg mooi was, was dat leerlingen samen een vraagstuk te lijf gingen. Ze kwamen erachter dat ze allemaal andere getallen hadden, maar hetzelfde probleem. Van deze oefensessie hebben ze veel geleerd. Een Leslie-matrix in elkaar zetten, een oorspronkelijke populatie berekenen. Gewone dingen die ook in het boek staan, maar nu anders gepresenteerd worden. Tijdens de oefensessie in het open leercentrum kwam mijn afdelingsdirecteur even kijken. Hij had geen gunstiger moment uit kunnen kiezen: MapleTA mocht blijven. De licentie werd met een jaar verlengd zodat ik een jaar langer kon experimenteren. In dat jaar heb ik meerdere testen gedaan. Het was wel allemaal vrijblijvend en er hing niets van af, wat mij toch wel een onbehagelijk gevoel gaf. De school investeerde geld in een programma en ik zat er lekker mee te spelen. Nou ja, op zich viel dat spelen wel mee want onder tussen ontdekte ik wel dat een digitale

toets een papieren toets voorlopig niet kan vervangen. Jarenlang heb ik leerlingen uitgelegd hoe belangrijk de berekeningen zijn, en nu zou ik ineens genoeg moeten nemen met slechts het eindantwoord! Een groot deel van de klassieke wiskunde-toetsvragen past dus niet in een digitale toets. Er moet te veel geschreven worden. De gewone rekenvaardigheden daarentegen passen prima in een digitale toets. Omdat ik nog niet zoveel specifiek materiaal had, moest ik leerlingen laten oefenen met vragen die niet direct betrekking hadden op het hoofdstuk dat getoetst zou gaan worden. Ik wilden namelijk dat de leerlingen het programma minstens één keer van te voren gezien zouden hebben. Een aantal leerlingen zag er tegenop. Ik heb ze gerust kunnen stellen door te benadrukken dat ze gewoon een paar vragen zouden gaan beantwoorden op de computer en de rest op papier. Bij een aantal opgaven heb ik gebruik gemaakt van een tekstvak. Je kunt die wel op trefwoorden door de computer na laten kijken, maar ik controleer toch al het werk even op typefouten; dus de volzinnen die in zo'n vakje staan, kan ik net zo makkelijk zelf beoordelen. Je kunt handmatig extra punten toekennen. Met digitaal toetsen ontkomt je dus niet echt aan nakijken.

Concreet aan het werk

Aan het eind van schooljaar 2006/07 moest het nieuwe PTA voor 2007/08 weer vastgesteld worden. Ik heb er toen vijf toetsmomenten met MapleTA in opgenomen – sommige mensen hebben zo'n stok achter de deur nodig – zodat ik, verspreid over het jaar, vijf toetsen klaar moest hebben. Werkbare toetsen waarvoor leerlingen een cijfer zouden krijgen. Weg vrijblijvendheid. Dit beetje tijdsdruk deed goed, zo gebeurde er nog eens wat. In het PTA had ik met opzet niets geschreven over de weging. De toets stond omschreven als schriftelijk/digitaal. De resultaten van de digitale toets werden dus op een of andere manier verrekend met het resultaat van de papieren toets. Dit is een goede zaak geweest, er mocht wat misgaan. Deze eerste officiële toetsen gingen redelijk goed. Er waren wat technische aanloop-



figuur 1

Technische zaken

Het toetsprogramma MapleTA hoeft niet op de server van de school geïnstalleerd te worden. De licentie die verkrijgbaar is bij CANDiensten in Amsterdam (www.candiensten.nl), geeft on line toegang tot het programma. MapleTA maakt gebruik van Maple als rekenapparaat. Als gebruiker kun je daar gebruik van maken. De opgave met de grafen bijvoorbeeld is geheel met Maple gemaakt. In de handleiding van Metha Kamminga^[1] staan verschillende Maple-opdrachten die met *copy/paste* zo gebruikt kunnen worden. Het programma Maple heb je daarvoor niet nodig omdat de opdrachtregels door MapleTA gewoon worden uitgevoerd.

Wat er vooral wél op de computer moet staan, is Java. Dat is nodig voor de ingebouwde MapleTA-editor. De systeembeheerder bij ons op school zorgt er altijd voor dat de computers 'schoon' blijven (regelmatig krijgen alle computers een geheel nieuwe Windows op de harde schijf). Het is mede daarom raadzaam een paar dagen voor aanvang van de toets even te kijken of alles het nog doet. De gewone MapleTA-dingen doen het altijd. De GeoGebra-applets in MapleTA hadden om de een of andere reden de meest recente Java-versie nodig. Dat is op zich niet zo'n groot probleem, als je het maar op tijd in de gaten hebt!

[1] www.engineering.tech.nhl.nl/engineering/personeel/kamminga/Cursus.html

problemen. Voor de applets heb je de meest recente Java-versie nodig. Dat moet je dan wel vooraf even controleren (*zie het kader* 'Technische zaken'). Leerlingen gaven mij na hun eerste ervaringen leuke feedback, zoals: 'Die vakjes met dat vergrootglasje zijn wel lekker'. Dat kon ik me wel voorstellen want met dat vergrootglasje konden ze kijken of ze geen typfouten gemaakt hadden. Sommigen leerlingen waren heel enthousiast over het zien van hun score aan het eind van de toets. Maar ja, anderen niet: hun score was bedroevend. Toen ze daarna dan ook nog eens aan de papieren toets moesten beginnen, zaten ze al tegen een achterstand aan te kijken. Dit kan voorkomen worden met de optie *Quit and Save*. Daarmee stel je het nakijken even uit. Een andere mogelijkheid is vooraf bij de toets aangeven dat de resultaten pas op een gegeven tijdstip beschikbaar zijn.

Intermezzo

Zo, nu even een break want het verhaal is nogal chronologisch. Om eerlijk te zijn vind ik het zelf wel leuk om terug te lezen wat er allemaal gebeurd is. Wat gaat een jaar verschrikkelijk snel. Want in de periode van deze eerste officiële PTA-toetsen ben ik ook in de weer geweest met het schrijven van een module voor NLT. Dat ging over lineair programmeren. Daar heb ik een handleiding Excel Solver voor gemaakt en een paar applets. Dat laatste is super leerzaam geweest voor mijn lessen aan vwo 5 over lineair programmeren. In mijn lessen heb ik zoveel mogelijk gebruik gemaakt van GeoGebra-applets. Ook in de MapleTA-toets kwamen die dingen terug. En om eerlijk te zijn, ze werden steeds beter. Het stinkt een beetje maar het is echt zo. In die klas die ik je net noemde, zat een zitten-blijver. Op een gegeven moment zei hij: 'Meneer, dit hebben we vorig jaar toch niet gehad?!' Een groter compliment had hij me niet kunnen geven. Kostenfuncties met variabele kosten zwieperden fantastisch

over mijn bord. Wat een leuk vak. Dit onderwerp had de jongen vorig jaar niet begrepen. Nu wel, en hoe! Een foutloze papieren toets en een paar rekenfoutjes in de digitale toets. Ik ben echt tevreden.

De concrete resultaten

1. Rekenen met negatieve getallen

Mijn collega had een so-tje rekenvaardigheden. Of die ook in MapleTA zou kunnen? Dat kon, en doordat ik weer een nieuw experiment aanging, leerde ik ook weer nieuwe dingen. Je kunt namelijk een illustratie als achtergrond gebruiken. Een beetje uitkijken en de *random* getallen komen precies in de goede vakjes te staan (*zie figuur 2*) De vakjes en de pijlen zijn een plaatje, de lege vakjes en de getallen worden door MapleTA eroverheen geschreven. Deze techniek is op alle niveaus bruikbaar. Weer wat geleerd dus.

Grafieken en afgeleide bij wisB

Mijn eerstvolgende PTA-toets viel in week 51. Een toets voor vwo 4, wiskunde B, over functies en grafieken en de afgeleide functie. Gelukkig was ik bij één van de standhouders op de jaarvergadering van de NVvW een leuke opgave tegengekomen die ik wilde gebruiken. Het materiaal dat

ik op de plank had liggen, was eigenlijk te eenvoudig voor wiskunde B. Deze opgave heeft dat gebrek aan niveau zeker gecompenseerd en de applet was zonder meer verrassend. Achteraf heb ik deze vraag nog bijgeschaafd want een meisje klaagde dat op haar scherm, punt *P* buiten beeld viel (*zie figuur 3*). Leerlingen konden namelijk nog niet in- of uitzoomen. Ze voelden zich benadeeld want bij de meeste leerlingen bleef punt *P* binnen de kaders. Ze hadden gelijk en daarom heeft de applet er toen een mini menubalk bij gekregen. Met de knop die de leerling nu tot zijn beschikking heeft, kan hij het scherm verschuiven of, indien gewenst, in- of uitzoomen. Een aantal leerlingen vond deze opgave overigens verschrikkelijk. Hier werd meer inzicht getoetst dan vaardigheden. Ik was er erg op gefocust dat de digitale toets iets toe moest voegen aan de bestaande manier van toetsen. Mijns inziens voegt het gebruik van applets in een toets zeker iets toe. Er valt wat te ontdekken, en dat is leuk, ook tijdens de toets! De GeoGebra-applet ondersteunt nu hun voorstellingsvermogen. Een volgende stap zou kunnen zijn dat leerlingen met behulp van een applet een onderzoeksvraag uit kunnen voeren. Zover is mijn experiment nog niet gegaan.



figuur 2 Rekenvaardigheden



figuur 3 Opgave afgeleide

Duidelijk is dat het eind van de mogelijkheden is nog lang niet in zicht is. Op dit moment gebruik ik applets op mijn digitale schoolbord. Ik ervaar dit als een didactisch wapen. Zeker als deze applets in de toets terug kunnen komen. Een plezierige vorm van hergebruik dus. Snijdt het mes tenminste aan twee kanten. Elke html-applet doet het trouwens in MapleTA.

3. Toets vwo 4: machten en exponenten bij wisA/C

In week 9 had ik weer een toets, nu voor vwo 4, wiskunde A/C, met als onderwerp machten en exponenten. Dit is weer een heel nieuwe ervaring geworden. Training en toetsen van vaardigheden: dus deze keer geen mooie applets maar gewone kale opgaven. Het is een race tegen de klok geworden omdat ik de opgaven nog niet had. Het oefenmateriaal heeft de vorm van een diagnostische toets gekregen (zie figuur 4). Er was een meisje dat heel graag iets aan haar slechte cijfer wilde doen. Zij heeft het oefenmateriaal een keer of vier gemaakt. Door het gebruik van *random* getallen is dat ook mogelijk. Ze scoorde bij de echte toets behoorlijk goed: 18 uit 21. Een leerling heeft geen inzicht nodig voor deze toets, het gaat om vaardigheden. Helemaal geen slechte zaak om te weten hoe je een derdemachtswortel in moet typen.

4. Toets vwo 5: matrices en lineair programmeren bij wisA1/A12

PTA-toets nummer 4 was voor vwo 5, wiskunde A1/A12, en ging over grafen en matrices en over lineair programmeren. Dat laatste is op dit moment met stip mijn favoriete onderwerp. In de lessen heb ik veel kunnen laten zien aan de hand van applets. Dat heeft in de toets een heel vanzelfsprekend vervolg gehad. De vraagstukken werden goed gemaakt en lagen op het niveau van vaardigheden. De vraagstukken over de grafen en matrices had ik al van een jaar ervoor. De fouten zijn eruit gehaald, de lay-out is gemoderniseerd en de vraagstukken zijn nu schermvullend geworden (zie figuur 5).

5. Toets vwo 5: gonio en logaritmen bij wisB

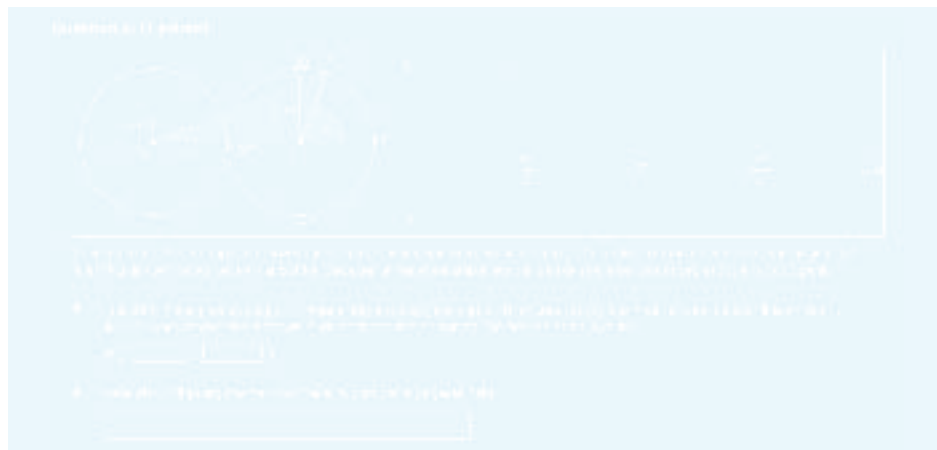
Toets nummer 5 was voor vwo 5, wiskunde B, en ging over goniometrie en logaritmen. Deze vraag is toch wel mijn topper. Ook hier krijg je weer zo'n geweldig spoor van punten. Moet je echt even zelf uitproberen (zie figuur 6).

Conclusie en aanbevelingen

Dit voorjaar heeft Metha Kamminga bij ons op school een cursus MapleTA gegeven. Mijn collega's waren onder de indruk van de vele mogelijkheden van het programma. Ze hebben nu een allemaal een eigen account. Ik hoop dat ze een beetje tijd kunnen vinden om het ook te gaan gebruiken. Dit jaar staan er in ieder geval



figuur 5 Een LP-probleem



figuur 6 Applet goniometrie



figuur 4 Vergelijkingen oplossen

14 PTA toetsen gepland. Dat is wel even schrikken maar gelukkig is het bestaande werk nog bruikbaar. Er komen gelukkig ook meer vo-scholen bij waar MapleTA gebruikt wordt. De productie van nieuwe vraagstukken komt dus lekker op gang. De tijdsinvestering voor het maken van een vraagstuk blijft voor alle gebruikers een belangrijk aandachtspunt. We ruilen daarom regelmatig materiaal en ideeën. Eén van de sterkste punten van MapleTA is dat je er vaardigheden mee kunt trainen. Ik ken een school waar ze de training voorwaardelijk stellen aan het deelnemen aan de toets. Je kunt dit in MapleTA instellen. Je komt er als leerling gewoon niet in met je inlogcode, als je niet eerst de voorbereidende training gevolgd hebt. Dit gaat automatisch.

En ja, eigenlijk kan er nog veel meer. Je kunt bijvoorbeeld 'hints' mee programmeren. Die optie heb ik nog niet gebruikt omdat ik altijd wel tegen een deadline aan zit te werken. Het is er dus nog niet van gekomen. Bij toetsen heb je ze ook niet nodig, maar in het geval van oefenmateriaal is het toch wel prettig als een leerling wat tips kan vragen. De voorbeelden uit dit artikel kun je zelf uitproberen. Er is geen speciale inlogcode voor nodig. Hopelijk is er iets van je gading bij.

Hartelijke groet,

Paul van Gorsel (Zeldenrust-Steelantcollege, Terneuzen)

Voor het uitproberen van een aantal opgaven is een toetsdemo beschikbaar; zie: « <http://mapleta.can.nl/classes/paulvangorsel> »

Over de auteur

Paul van Gorsel is wiskundedocent aan het Zeldenrust-Steelantcollege te Terneuzen. E-mailadres: p.van.gorsel@zsc.nl

De techniek van het programmeren

Gegiven is de rij $u_n = 7n + 15$.
Bereken.

a. u_{10} =

b. $\sum_{k=0}^{10} u_k$ =

Dit vraagstuk wil ik wat vaker kunnen gebruiken. De coëfficiënten moeten daarom door de computer elke keer opnieuw bedacht worden.

is a random whole number between 3 and 9 in steps of 1

Je moet dan wel ergens aangeven welke waarde je voor de n wilt hebben. Als je onbekend bent met programmeren, kun je gebruik maken van de zogenoemde designer (zie hierboven, gedeeltelijk). Ik heb hier gezegd dat mijn variabele a moet heten en dat het een geheel getal betreft tussen 3 en 9. Nu nog op OK drukken en mijn eerste programma-opdracht staat vast. In het tekstvak verschijnt dan de code `$a:=range(3,9,1);`

Cancel Clear Show Designer Refresh Save

De 5de regel in het programma zorgt ervoor dat de term die straks, in het vraagstuk bij opgave a gevraagd wordt, niet gelijk is aan de laatste term van de sommatie bij opgave b. De regels 6 en 7 zorgen ervoor dat het er fatsoenlijk uit komt te zien. Zo'n regel haal je met knippen en plakken wel ergens uit een handleiding. Tenslotte laat ik hier de antwoorden nog uitrekenen.

Enter the code for your algorithm in the text box below, or click "Show Designer" to use the algorithm designer. The algorithm designer tool allows you to define algorithms for your question by completing a form.

```
$a:=range(3,9,1);
$b:=range(32,39,1);
$c:=range(5,50,5);
$d:=F[log(10,4)];
$E:=eval[["MathML[ExportPresentation](v[1][1]");
$G:=eval[["MathML[ExportPresentation](v[1][1]");
$M2:=c*d*$E;
$M3:=($+1)*12*$G+$M2/2;
```

Volgende stap is de lay-out. Hiervoor heb je deze teksteditor. Daar zitten verschillende menu's in, ook voor wiskundige notaties. De sommatie is met de Math Input Editor in elkaar gezet.

File Edit Format Insert Help

Editor HTML, LaTeX

Gegiven is de rij $u_n = 7n + 15$.
Bereken.

a. u_{10} =

b. $\sum_{k=0}^{10} u_k$ =

Math Input Editor

Java Applet Window

u_n
 $\sum_{k=0}^{10} u_k$

Cancel OK

Math Input Editor

Java Applet Window

$\frac{d}{dx} x^2 = 2x$
 $\frac{d}{dx} x^3 = 3x^2$
 $\frac{d}{dx} x^4 = 4x^3$

Cancel OK

Opgaven

Het opgavenblad waarin het bovenstaande vraagstuk verwerkt is, staat hieronder.

Met één druk op de knop zijn er nu dus veel verschillende versies mogelijk. Dit soort vraagstukken in elkaar zetten vereist geen kennis van Maple. Echt ontsnappen aan programmeerwerk is niet mogelijk. Gelukkig is er al aardig wat materiaal in voorraad zodat de kunst van het programmeren lekker afgekeken kan worden.

(1) Stel de directe formule op van de rij:

a. $a_n : 60, 65, 70, 75, 80, \dots$ $a_n =$

b. $b_n = b_{n-1} + 7$ met $b_3 = 14$ $b_n =$

c. $c_n = 1.21 c_{n-1}$ met $c_3 = 20$ $c_n =$

(2) Bereken.

a. $12 + 42 + 72 + 102 + \dots + 822$ =

b. $22 + 34 + 6 + -3 + \dots + -130$ =

(3) Gegiven is de rij $u_n = 7n + 15$.

Bereken.

a. u_5 =

b. $\sum_{k=0}^{40} u_k$ =

(4) Bereken.

a. $\sum_{k=0}^{20} (0.6k + 17)$ =

b. $\sum_{k=0}^{21} (7k + 4)$ =